

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011 г.
11 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име училище град

1 зад. От цифрите 0, 1, 2, и 3 са образувани всички трицифрени числа. Техният брой е:

А) 64; Б) 48; В) 24; Г) друг отговор _____

2 зад. Най-малкото цяло число, което е решение на неравенството $x^2 - 2x \leq 2011$ е:

А) -43; Б) -44; В) -45; Г) друг отговор _____

3 зад. Намерете десетия член на аритметичната прогресия: $a_1, a_2, 8, a_4, a_5, 14, \dots$

А) 16; Б) 19; В) 22; Г) друг отговор _____

4 зад. Ако $4^x = 8$ и $8^y = 256$, то xy е равно на:

А) 64; Б) 34; В) 30; Г) друг отговор _____

5 зад. Каква е вероятността при хвърляне на 2 разноцветни зара да се падне сбор, който се дели на 5?

А) $\frac{7}{29}$; Б) $\frac{5}{36}$; В) $\frac{4}{36}$; Г) друг отговор _____

6 зад. Стойността на цялото число a , за която $\lg 2011 \in (a; a+1)$ е:

А) 0; Б) 3; В) 200; Г) друг отговор _____

7 зад. Двата квадрата на чертежа са със страна 1см и общ връх. Едната страна на единия квадрат лежи на диагонала на другия. Намерете лицето на общата им част.

А) $\sqrt{2} - 1$; Б) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$; В) $\sqrt{3} - 1$; Г) друг отговор _____

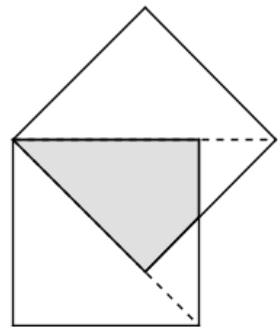
8 зад. В турнир по тенис участват 10 мъже и 8 жени. Кой от изразите задава броят на възможните 5 смесени двойки?

А) $C_{10}^5 \cdot C_8^5 \cdot 5!$; Б) $C_{10}^5 \cdot V_8^5$; В) C_{80}^5 ; Г) $5! \cdot C_{80}^5$

9 зад. Три различни числа, чиято сума е 39, са последователни членове на геометрична прогресия. Ако те са съответно втори, четвърти и десети член на аритметична прогресия, намерете разликата.

А) -2; Б) 1; В) 0; Г) друг отговор _____

10 зад. Да се реши уравнението: $\sqrt{(x^2 - 2x + 1)(x - 4)} = (1 - x)\sqrt{16 - x^2}$.



Отговори:

1. Б); 2. А); 3. В); 4. Г) 4; 5. Г) 7/36; 6. Б); 7. А); 8. В); 9. Г) 3

Решение на 10 задача:

Първи начин:

Определяме ДМ: $\begin{cases} (x^2 - 2x + 1)(x - 4) \geq 0 & (1) \\ 16 - x^2 \geq 0 & (2) \end{cases}$ 5 т.

Решенията на (1) са $x \in [4; \infty) \cup \{1\}$ 3 т.

Решенията на (2) са $x \in [-4; 4]$ 2 т.

Общите решения са 1 и 4 2 т.

Проверка, че 1 и 4 са решения на уравнението 3 т.

Втори начин:

Привеждаме уравнението във вида $|x-1|/\sqrt{x-4} = (1-x)\sqrt{(4-x)(4+x)}$ 3 т.

1 сл. $x-1 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(\sqrt{x-4} + \sqrt{(4-x)(4+x)}) = 0$ 2 т.

от него получаваме, че $x=1$ е решение на изходното уравнение 2 т.

а корена на израза в скобите е възможен само за $x=4$ 2 т.

2 сл. $x-1 < 0 \Rightarrow (x-1)(-\sqrt{x-4} + \sqrt{(4-x)(4+x)}) = 0$ 1 т.

от него следва $\sqrt{16-x^2} = \sqrt{x-4}$ 2 т.

корените му са 4 и -5, които не са решения на изходното уравнение 3 т.

ptsonev@yahoo.com