Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011 г.
10 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

Име...училище..град...... ....

Зад 1. Стойността на израза $\sqrt{2}-3+\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$ е:

а) - 2; б) $2\sqrt{2}-4$; в) 2; г) друг отговор

Зад 2. Сборът от различните реални корени на уравнението $x^4-5x^2-6=0$ е:

а) 5; б) - 5; в) $2\sqrt{6}$; г) друг отговор.

Зад 3. Решенията на неравенството $-x^2+5x+6\geq 0$ са:

а) интервал с дължина 7; б) интервал с дължина 5;
в) обединение на два безкрайни интервала; г) друг отговор.

Зад 4. Броят на различните корени на уравнението $\left(x^2-2x\right)^2-\left(x^2-2x\right)-2=0$ е:

а) 1; б) 2; в) 3; г) друг отговор

Зад 5. В една и съща координатна система са построени графиките на функциите $f(x)=x^2-2x+2$ и $g(x)=x^2-10x+29$. Разстоянието между върховете им е :

а) 3 *м.ед.*; б) 4 *м.ед.*; в) 5 *м.ед.*; г) друг отговор

Зад 6. Стойностите на параметъра k, за които графиката на $f(x)=x^2-4x+k^2-3k$ се допира до абсцисната ос са:

а) - 1; б) 0; в) 4; г) друг отговор

Зад 7. Даден е квадрат $ABCD$ със страна a. Точките M и N са съответно от страните BC и DC така, че $BM=CN=\frac{a}{3}$. Лицето на $\Delta\, AMN$ е:

а) $\frac{a^2}{2}$; б) $\frac{7a^2}{18}$; в) $\frac{2a^2}{3}$; г) друг отговор

Зад 8. Даден е правоъгълен ΔABC с лице 45 см^2. Височината към хипотенузата я дели в отношение 1:4. Дължината на по-големият катет е ;

а) $6\sqrt{5}$ *см.*; б) $3\sqrt{5}$ *см.*; в) $\sqrt{5}$ *см.*; г) друг отговор

Зад 9. Броят на целите стойности на параметъра m, за които корените на уравнението $x^2+mx+2012=0$ са само цели числа е:

а) 3; б) 6; в) безброй много; г) друг отговор

Зад 10. Дадени са функциите $f(x)=x^2-4x+6$ и $g(x)=\sqrt{x(4-x)}$

а) Намерете най-малката и най-голямата стойност на $f(x)$ и $g(x)$ в общата им дефиниционна област

б) Решете уравнението $x^2-4x+6=\sqrt{x(4-x)}$

Отговори:

1 Б; 2 Г - 0; 3 А; 4 В; 5 В; 6 Г 4, - 1; 7 Б; 8 А; 9 Б

Зад 10. а) общата ДО е $x \in [0,4]$ _2 точки_

определяне, че най-малката стойност на f се достига при $x = 2$ _1 точка_

определяне, че най-голямата стойност на f се достига при $x = 0$ $и$ $x = 4$ _1 точка_

пресмятане на $f_{\min} = f(2) = 2$ и $f_{\max} = f(0) = f(4) = 6$ _2 точки_

определяне, че най-голямата стойност на g се достига при $x = 2$ _1 точка_

определяне, че най-малката стойност на g се достига при $x = 0$ и $x = 4$ _1 точка_

пресмятане на $g_{\max} = g(2) = 2$ и $g_{\min} = g(0) = g(4) = 0$ _2 точки_

б) **I начин**

Най-голямата стойност на g и най-малката стойност на f са равни и се достигат едновременно при $x = 2$, следователно единствения корен е $x = 2$. _5 точки_.

II начин

Полагаме $t = \sqrt{x(4-x)}$ или $t = 4x - x^2$ _1 точка_

Получаване на съответното уравнение $t^2 + t - 6 = 0$ или $\sqrt{t} = 6 - t$ _1 точка_

Получаване на съответните стойности на t и отхвърляне на излишните. _2 точки_

Получаване на единствения корен е $x = 2$. _1 точка_

Задачата може да се реши и след повдигане на втора степен и получаване на уравнение от четвърта степен, което може да се отдели точен квадрат $(x-2)^2$ и квадратен тричлен с отрицателна дискриминанта.

Стефчо Наков
Монтана