

СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2018 г.
11 клас и 12 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Организаторите Ви пожелават успех !

Име.....училище.....град.....

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само, ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 5x - 1 = 0$, то стойността на израза $A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ е равна на:
а) $\frac{5 - \sqrt{29}}{5 + \sqrt{29}}$ б) $2\sqrt{29}$ в) 5 г) друг отговор
2. Сборът на две ненулеви числа е равен на тяхното произведение. Ако едното число е два пъти по-голямо от другото, то произведението на двете числа е:
а) 1,5 б) 4,5 в) 9 г) друг отговор
3. Дадена е петчленна аритметична прогресия $\div 2; a; b; c; 14$. Сборът $a + b + c$ е равен на:
а) 8 б) 16 в) 24 г) друг отговор
4. Числата $\sqrt{2}$, 2^{x+2} и $2\sqrt{2}$ в този ред са последователни членове на геометрична прогресия. Стойността на x е равна на:
а) -1 б) -0,5 в) 0,5 г) друг отговор
5. В кутия има 5 бели и 3 сини топки. Броят на начините, по които случайно можем да извадим 3 бели и 2 сини топки е равен на:
а) $C_8^3 \cdot C_8^2$ б) $V_5^3 \cdot V_3^2$ в) $C_5^3 \cdot C_3^2$ г) друг отговор
6. В $\triangle ABC$ е изпълнено $\angle ACB = \angle ABC + \angle BAC$. Окръжност с диаметър AC пресича AB в точка M така, че $BC = 2CM$ и $AM = 5$ cm. Страната AB е равна на:
а) 20 cm б) 15 cm в) 10 cm г) друг отговор
7. Ако $\lg 5 = k$, то стойността на $\lg 20$ е равна на:
а) $4k$ б) $4 + k$ в) $2 - k$ г) друг отговор
8. Основите на правоъгълен трапец са 20 cm и 25 cm, а по-малкият му диагонал е $4\sqrt{34}$. По-голямото бедро на трапеца е равно на:
а) 7 cm б) 10 cm в) 12 cm г) друг отговор
9. Дадени са окръжностите $k_1(O_1; R_1 = 5 \text{ cm})$ и $k_2(O_2; R_2 = 3 \text{ cm})$. Дължината на O_1O_2 е число, произволно избрано от множеството $\{0 \text{ cm}, 1 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 3 \text{ cm}, 5 \text{ cm}, 6 \text{ cm}, 8 \text{ cm}, 10 \text{ cm}, 12 \text{ cm}, 15 \text{ cm}\}$. Вероятността двете окръжности да се допират е равна на:
а) 5 % б) 10 % в) 20 % г) друг отговор
10. Стойностите на реалното число k , за което уравнението $(x-2)(x^2 - 4x - k) = 0$ има единствен реален корен, независимо от кратността му, са:
а) $k = -4$ б) $k \leq -4$ в) $k < -4$ г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише. Задачите се оценяват с по 5 точки.

11. Вписаната в ромба $ABCD$ окръжност се допира до страната AB в точка P . Ако радиусът на окръжността е $r = 12$ и $AP = 16$, то периметърът на ромба е равен на:

Отговор

12. Ако единият от корените на квадратното уравнение $x^2 - 8x + a = 0$ е три пъти по-голям от другия, то стойността на параметъра a е равна на:

Отговор

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите две задачи трябва да се напише подробно решението. Задачите се оценяват с по 10 точки.

13. Дадено е уравнението $\left(\frac{x^2+1}{x}\right)^2 - 3\left(\frac{x^2+1}{x}\right) + p = 0$, където p е реален параметър.

а) Решете уравнението при $p = 2$.

б) Намерете всички стойности на реалния параметър p , за които уравнението има точно три различни реални корени.

14. Равностранен $\triangle ABC$ със страна 6 cm е вписан в окръжност. Точка M е от малката дъга BC така, че $MB = 2\sqrt{3}$ cm. Докажете, че в четириъгълник $ABMC$ може да се впише окръжност и намерете нейния радиус.