

Секция “Исток” – СМБ

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 15.12.2019 Г.

10 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име..... училище..... град.....

Зад 1. Стойността на израза $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - (2-\sqrt{5})$ е:

- а) 0 б) $2\sqrt{5}$ в) $2\sqrt{5}-4$ г) друг отговор

Зад 2. Ако $x = 3$, е корен на уравнението $x^2 - 5x + k = 0$, то другият корен е равен на:

- [illegible]

Зад 3. Решенията на неравенството $(x+4)(x-3) \leq 0$ са:

- а) интервал с дължина 7
б) интервал с дължина 1
в) обединение на два безкрайни интервала;
г) друг отговор.

Зад 4. Броят на различните корени на уравнението $1 - x = \sqrt{(x-1)^2}$ е:

- а) 0 б) 1 в) 2 г) друг отговор

Зад 5. Най-малката стойност на функцията $f(x) = x^2 - 4x - 5$ за $x \in [-2; 1]$ е равна на:

- а) -9 б) -8 в) 7 г) другой ответ

Следващите две задачи (зад.6 и зад. 7) са свързани с условието:

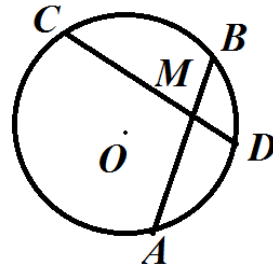
В окръжност с център O хордите AB и CD се пресичат в точка M . Дадено е, че $AM \cdot MB = 48$ и $CM:MD = 3:1$

Зад 6. Дължината на CD е равна на:

- а) 16
б) 4
в) 12
г) друг отговор

Зад 7. Ако Разстоянието от центъра точка O , до точка M е 5, то радиусът на окръжността е равен на:

- а) 6
б) $2\sqrt{3}$
в) $4\sqrt{3}$
г) ДРУГ ОТВЕТ



Зад 8. За остър ъгъл φ е изпълнено $\frac{2\sin \varphi + 3\cos \varphi}{4\sin \varphi - \cos \varphi} = \frac{3}{2}$. Стойността на $\operatorname{tg}\varphi$ е равна на ;

- а) $\frac{2}{3}$ б) $\frac{8}{9}$ в) $\frac{9}{8}$ г) друг отговор

Зад 9. Числото $2020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 101$. Всичките му делители (включително 1 и 2020) са подредени в нарастващ ред. Кое число е на седмо място в редицата?

- a) 20 б) 101 в) 202 г) друг отговор

Зад 10. Числата $a = x$, $b = 2\sqrt{x+1}$ и $c = x + 2$ в този ред образуват аритметична прогресия

- а) намерете стойностите на x
 б) За стойностите на x , за които a , b и c са дължини на страни на триъгълник, намерете лицето и радиусът на вписаната за този триъгълник окръжност

Отговори: 1 В; 2 А; 3 А; 4 Г –безброй много или $\forall x \leq 1$; 5 Б; 6 А; 7 Г $\sqrt{73}$; 8 В; 9 Б

Зад 10.

а) от аритметичната прогресия $2b = a + c$

1 точка

$$4\sqrt{x+1} = 2x + 2$$

1 точка

$$2\sqrt{x+1} = x + 1$$

$$4x + 4 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = 3, x_2 = -1$$

6 точки

проверка, че и двете са решения

2 точка (по 1 точка за всеки отговор)

б) само при $x_1 = 3$ числата са положителни

1 точка

$$a = 3, b = 4, c = 5$$

1 точка

Триъгълникът е правоъгълен

1 точка

$$S = \frac{ab}{2} = 6$$

1 точка

$$r = p - c = 6 - 5 = 1 \text{ или } r = \frac{S}{p} = \frac{6}{6} = 1$$

1 точка