

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 15.12.2019 г.

8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един правилен отговор от четири възможни. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан правилен резултат. Задачите са разпределени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки; от 4 до 6 – с по 5 точки и от 7 до 9 – с по 7 точки. Задача 10 се решава и описва подробно. Оценява се с 15 точки. Максималният брой точки е 60. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви желават успех!

Име.....училище.....град.....

1 зад. Числата $8+3\sqrt{7}$ и $8-3\sqrt{7}$ са:

- а) рационални б) равни в) реципрочни г) друг отговор.

2 зад. Дължините на страните на $\triangle ABC$ се отнасят както 2:5:6. Периметърът на триъгълника с върхове средите на страните на $\triangle ABC$ е 26 см. Намерете дължината на най-малката страна на $\triangle ABC$.

- а) 4 см б) 8 см в) 2 см г) друг отговор.

3 зад. Кое е решението на уравнението $\frac{1}{84} - \frac{7x-1}{-7} - \frac{2x+1}{28} = \frac{5}{12}(x+2) - 1$:

- а) 0 б) 4 в) 1 г) друг отговор.

4 зад. Ако $a < 0$, а $b \geq 0$, кое от равенствата НЕ е вярно?

- а) $ab^2 = \sqrt{a^2b^4}$ б) $2\sqrt{2a^4b^2} = \sqrt{8}a^2b$ в) $\sqrt{27a^2b} = 3|a|\sqrt{3b}$ г) $5a^4b^4 = a^2\sqrt{25a^4b^8}$.

5 зад. Отсечката MT е разделена на 6 равни части чрез точките N, P, Q, R, S , започвайки от т M . Вярно е, че:

- а) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{RS}$ и $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{SQ}$ б) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MQ}$ и $\overrightarrow{PR} = 2\overrightarrow{RS}$ в) $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{SR}$ и $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NM}$ г) друг отговор.

6 зад. Стойността на израза $\sqrt{125} + \frac{2}{3}\sqrt{45} - \left(\frac{4}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\right)\sqrt{15}$ е:

- а) $\sqrt{5}$ б) $5\sqrt{5} - 3$ в) $2\sqrt{5} + 3$ г) друг отговор.

7 зад. В състезание по математика участват 30 състезатели. По колко различни начина може да се състави отбор за международно състезание от 6 участника, като 1 от тях е капитан?

- а) $30C_{30}^5$ б) $30C_{29}^5$ в) $30V_{29}^5$ г) друг отговор.

8 зад. Ако острият ъгъл на равнобедрен трапец е равен на 60° , а бедрото му е 10 см, то разстоянието между средите на диагоналите е:

- а) 2 см б) 10 см в) 7,5 см г) друг отговор.

9 зад. Диагоналите на успоредника $ABCD$ се пресичат в т. О. Върху страната CD е взета точка N , така, че $CN:ND=3:4$. Ако $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$; $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, изразете чрез \vec{a} и \vec{b} векторът \overrightarrow{NO} :

- а) $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{7}\vec{b}$ б) $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{7}\vec{b}$ в) $-\frac{1}{14}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ г) друг отговор.

10 зад. Даден е трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Точката P дели бедрото на трапеца AD в отношение 1:2, считано от върха А. През точка P е построена права, успоредна на AB , която пресича диагоналите AC и BD съответно в точки M и N . Ако $AB = a$ и $CD = b$ ($a > b$), да се намери MN .

Отговори:

| | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------------------|--------|---------|--------|
| 1 зад. | 2 зад. | 3 зад. | 4 зад. | 5 зад. | 6 зад. | 7 зад. | 8 зад. | 9 зад. |
| в | б | а | а | б | г) $3\sqrt{5} - 3$ | б | г) 5 см | в |

10 зад. Отг.: $MN = \frac{2a-b}{3}$

Решение:

Построяваме през т. Q (среда на правата PD), права успоредна на AB , пресичаща диагоналите AC и BD съответно в точките F и L - **2 т**

За определяне на средните отсечки $PM = x$ в $\triangle AFQ$ - **2 т.** и $QF = 2x$ в трапеца $PMCD$ и $2x = \frac{x+b}{2}$ - **2 т.**

От тук $x = \frac{b}{3}$ - **1 т.**

Аналогично $QL = y$ средна отсечка в $\triangle PND$ - **2 т.**, $PN = 2y$ в трапеца $ABLQ$ и $2y = \frac{a+y}{2}$ - **2 т.**

От тук $y = \frac{a}{3}$ - **1 т**

Но $MN = PN - PM = 2y - x = \frac{2a}{3} - \frac{b}{3}$ - **2 т.**

Получаваме $MN = \frac{2a-b}{3}$ - **1 т.**

.