

СМБ – Секция “Изток”  
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2023 г.

7 клас

Времето за решаване е 90 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 20 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а), б), в), г)). Задачи 21. и 22. трябва да бъдат подробно решени. Задачите от 1 до 5 се оценяват с по 2 точки; задачи от 6 до 10 – с по 3 точки; задачи от 11 до 15 – с по 4 точки; задачи от 16 до 20 – с по 5 точки; задачи 21 и 22 – с по 15 точки. Максималният брой точки е 100. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име..... училище..... град .....

1. На парти за рожден ден има балони, като всеки осми балон е син. Колко процента от всички балони са сини?  
а) 1,25%                      б) 7%                      в) 9%                      г) 12,5%
2. Автомобил трябва да измине 250 km. Той се движи  $x$  часа със скорост 50 km/h и  $y$  часа със скорост 75km/h. Пътят, който му остава да измине, се пресмята чрез израза:  
а)  $250 - 50x + 75y$               б)  $250 - 50x - 75y$               в)  $250 - x + y$               г)  $250 + 50x - 75y$
3. Стойността на израза  $|-2 + 0,5| - \frac{-3^2 + 2^3}{3^{-2}}$  е равна на:  
а) -10,5                      б) 1,5                      в) 7,5                      г) 10,5
4. От естествените числа от 1 до 20 включително по случаен начин е избрано едно число. Каква е вероятността избраното число да е съставно?  
а)  $\frac{2}{5}$                       б)  $\frac{9}{20}$                       в)  $\frac{3}{5}$                       г)  $\frac{11}{20}$
5. Коренът на уравнението  $(x + 3)^2 - (x - 2)^2 = 8x - 3$  е:  
а) -4                      б) -1                      в) 1                      г)  $4\frac{1}{3}$
6. Маршал и Чейс боядисали заедно оградата на тяхната къща. Известно е, че Маршал сам може да боядиса оградата за 4 часа, а Чейс – за 6 часа. Намерете колко процента от оградата е боядисал Маршал.  
а) 40%                      б) 50%                      в) 60%                      г) 72%
7. Ако 120% от цената на яке е 78 лева, то 70% от цената на якето е:  
а) 45лв и 50ст              б) 54лв и 60ст              в) 63лв и 84ст              г) 72лв и 80ст
8. Ако  $x = a - 3$ , то кой от дадените многочлени е тъждествено равен на  $x^2 + 3x$ ?  
а)  $a^2 - 3a + 6$               б)  $a^2 + 3a - 12$               в)  $a^2 - 3a$               г)  $a^2 - 3a + 18$
9. Ако  $x + y = 7$  и  $x^2 + y^2 = 31$ , то стойността на произведението  $x \cdot y$  е:  
а) 7                      б) 9                      в) 14                      г) 24
10. Ако  $m = \frac{6,8 \cdot 3^8 - 15,6 \cdot 3^7}{3^8 \cdot (1 - \frac{1}{2})}$ , то  $m$  е решение на уравнението:  
а)  $|x + 3,2| = 0$               б)  $x^2 + 3,2x = 0$               в)  $x + 1,2 = 0$               г)  $(x - 3,2)(x^2 + 1) = 0$
11. Точка Р е вътрешна за отсечката MN, като  $MP = 6$  cm и  $MN:MP = 20:3$ . Дължината на отсечката PN е:  
а) 24 cm                      б) 34 cm                      в) 40 cm                      г) 46 cm
12. Околните стени на правилна шестоъгълна призма са квадрати и сборът от всичките ѝ ръбове е 90 cm. Намерете обиколката на една от основите на призмата.  
а) 5 cm                      б) 30 cm                      в) 45 cm                      г) 60 cm

13. Колко от коефициентите в нормалния вид на многочлена  $\frac{7}{4}(x-1)^2 - \frac{5}{2}(x-2)^2 + \frac{5}{4}(x-3)^2$  са цели числа?

- а) 3                                      б) 2                                      в) 1                                      г) 0

14. Ако  $a^2 + 2ab + 2b^2 - 6b + 9 = 0$ , то стойността на израза  $A = (a + b - 1)^{2023}$  е:

- а) -3                                      б) -1                                      в) 1                                      г) 3

15. Страните на правоъгълник се отнасят както 3:2. Ако намалим всяка от тях с 5 cm, лицето ще намалее с 225 cm<sup>2</sup>. Обиколката на правоъгълника е:

- а) 60                                      б) 80                                      в) 100                                      г) 120

16. Стойността на израза  $(2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)$  е равна на:

- а)  $2^{16} - 1$                                       б)  $2^{16} + 1$                                       в)  $2^8 + 2^4 + 2^2 + 3$                                       г)  $2^{32}$

17. Ако  $3x + 2y = 3$  и  $2y - 3x = 2$ , то стойността на израза  $9x^2 - 4y^2 + 4y$  е:

- а) -6                                      б) -1                                      в) 5                                      г) 6

18. На скица в мащаб 1:5000 е даден чертеж на правоъгълен участък. Лицето на правоъгълника на скицата е 30 cm<sup>2</sup>. Колко декара е в действителност площта на участъка?

- а) 75                                      б) 150                                      в) 250                                      г) 300

19. В правоъгълна координатна система  $Oxy$  с единична отсечка 1 cm е даден квадрат ABCD, като  $A(1; 7)$ , и  $B(23; 3)$ . Намерете лицето на дадения квадрат.

- а) 500 cm<sup>2</sup>                                      б) 523 cm<sup>2</sup>                                      в) 529 cm<sup>2</sup>                                      г) 576 cm<sup>2</sup>

20. Катетите на правоъгълен триъгълник се отнасят както 5:12. Ако периметърът му е 65 cm, то колко сантиметра е дълга най-малката му височина?

- а) 8 cm                                      б) 9 cm                                      в) 10 cm                                      г) 12 cm

---

*На задачи 21. и 22. напишете пълните решения с необходимите обосновки.*

21. От град А за град В в 8 часа по един и същ път тръгнаха камион със скорост 60 km/h и автобус със скорост 80 km/h. Камионът спрял за 60 минути на бензиностанция С и после продължил към В със скорост 50 km/h. Автобусът пристигнал в В и след престой от 15 минути поел обратно към А със скорост 75 km/h. Той се разминал с камиона в град D, намиращ се на равни разстояния от В и С, след което камионът пристигнал в В, а автобусът – в А. Ако С е на равни разстояния от А и В, намерете:

А) разстоянието между градовете А и В;

Б) в колко часа автобусът е срещнал камиона;

22. Дадени са уравненията

$$(1) \quad (x + 1)(x - 3) + 9 = 6x - x^2 \quad \text{и} \quad (2) \quad |6x - 3| - 12,5 = |0,5 - x|$$

А) Решете уравненията.

Б) Ако  $p$  е произведението от корените на уравнение (1), а  $q$  е сборът от корените на уравнение (2), то сравнете стойността на израза  $M = |p - q|$  с най-голямата стойност на израза  $N = -y^2 - 4y - 1$ .

Име.....

Училище.....

град.....

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
1	а	б	в	г
2	а	б	в	г
3	а	б	в	г
4	а	б	в	г
5	а	б	в	г

Брой верни отговори      х 2 точка =      точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
6	а	б	в	г
7	а	б	в	г
8	а	б	в	г
9	а	б	в	г
10	а	б	в	г

Брой верни отговори      х 3 точки =      точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
11	а	б	в	г
12	а	б	в	г
13	а	б	в	г
14	а	б	в	г
15	а	б	в	г

Брой верни отговори      х 4 точки =      точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
16	а	б	в	г
17	а	б	в	г
18	а	б	в	г
19	а	б	в	г
20	а	б	в	г

Брой верни отговори      х 5 точки =      точки

Зад.№		точки
21		
22		

Общ брой точки:

Проверил:.....

21.

А) За означаване пътя от С до D с $x$ , ДС: $x > 0$	1
За изразяване на разстоянията: $S_{CD} = S_{DB} = x, S_{AC} = S_{BC} = 2x, S_{AB} = 4x$	1,5
За изразяване времето на камиона до срещата с автобуса в D - $t = \frac{2x}{60} + \frac{x}{50} + 1$	2
За изразяване времето на автобуса до срещата с камиона в D - $t = \frac{4x}{80} + \frac{x}{75} + \frac{15}{60}$	2
За съставяне на уравнението $-\frac{2x}{60} + \frac{x}{50} + 1 = \frac{4x}{80} + \frac{x}{75} + \frac{15}{60}$	2
За решаване на уравнението	2
За намиране корена на уравнението $x = 75$	0,5
За намиране разстоянието от А до В - $S_{AB} = 4.75 = 300 \text{ km}$	1
Б) За намиране времето на автобуса до срещата с камиона - $t = \frac{300}{80} + \frac{75}{75} + \frac{15}{60} = 5 \text{ часа}$	2
За определяне времето на срещата - $8 + 5 = 13 \text{ часа}$ .	1

22.

За решаване на уравнение (1) $(x + 1)(x - 3) + 9 = 6x - x^2$ - До вида $x^2 - 4x + 3 = 0$ - До представяне във вида $(x - 3)(x - 1) = 0$ - Определяне на корените $x_1 = 3 \quad x_2 = 1$	<u>5</u> 2т. 2т. 2*0,5т.
За решаване на уравнение (2) $ 6x - 3  - 12,5 =  0,5 - x $ - До вида $ x - 0,5  = 2,5$ - Определяне на корените $x_1 = 3 \quad x_2 = -2$	<u>4</u> 3т. 2*0,5т.
За определяне на $p = 3$ и $q = 1$	2*0,5
За определяне на $M =  p - q  =  3 - 1  = 2$	0,5
За определяне на НГС на $N = -y^2 - 4y - 1$ , НГС=3	4
За сравняване $2 < 3 \Rightarrow M < N$	0,5