<u>Секция "Изток" – СМБ</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ –
14.12.2024г.
9 клас

<u>Времето за решаване е 90 минути.</u>
<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решениесамо при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
<u>Организаторите Ви пожелават успех!</u>

Име...Училище.. Град...................................

1.зад. Графиката на функцията $y = x^2 - ax + 2$ минава през точка с координати ($-$ 2;12). Стойността на параметъра a е:

А) 6 Б) 3 В) 2 Г) -2

2.зад. В Δ ABC AM е медиана, G е медицентър. Ако $S_{MCG} = 1,5m^2$, то S_{AMB} в кв.м е:

А) 2,5 Б) 6 В) 3 Г) 4,5

3.зад. Кое от уравненията има два различни реални корена?
а) $8x^2 + 8x + 7 = 0$ б) $-9x^2 + 30x - 25 = 0$ в) $14 + 17x - 6x^2 = 0$ г) $5x^2 + 14 = 0$

4.зад. При какви стойности на параметъра m, уравнението $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m = 0$ има корени x_1 и x_2, за които: $x_1^2 + x_2^2 = m + 4$
а) всяко число б) 5 и 2 в) 1 и 2,5 г) друг отговор.

5.зад. Медианите AP и CQ на триъгълник ABC са перпендикулярни. Ако AP=24см и CQ=20см, то лицето на триъгълник ABC в кв.см **е**:
а) 40 б) 80 в) 160 г) друг отговор.

6.зад. Ники и Сашо се подготвят за коледно математическо състезание. Ако решават заедно задачите за подготовката, ще ги решат за 12 дни. За колко дни всеки сам може да реши определените задачи, ако за 1 ден Сашо решава 50% от задачите, които Ники решава за 3 дни?
а) 25 и 35; б) 25 и 30; в) 30 и 20; г) друг отговор

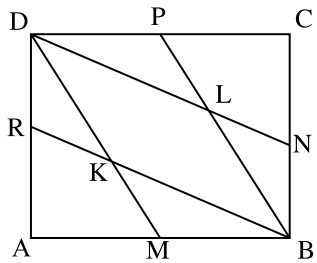
7.зад. Да се определят стойностите на параметъра m, за който корените на уравнението $x^2 - (2m-3)x + 2 = 0$ са реални и удовлетворяват условието $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 1$:

а) $-\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{2}$; б) $\frac{1}{2}$ и $-\frac{5}{2}$; в) $\frac{1}{4}$ и -5; г) друг отговор.

8.зад. Върховете на острите ъгли на правоъгълен триъгълник с катети 2 см и 3 см служат за центрове на окръжности с радиус 1 см. Лицето на частта от триъгълника, която се намира, извън окръжностите е:

а) $3 - \frac{\pi}{2}$ б) $3 - \frac{\pi}{3}$ в) $3 - \frac{\pi}{4}$ г) друг отговор

9.зад. Точките *M, N, P* и *R* са среди съответно на страните *AB, BC, CD и DA*.на квадрата *ABCD* и $AB=a$см. Да се намери S_{KBLD} в кв.см.



а) $a^2/3$ б) $2a^2/3$ в) $a^2/2$ г) друг отговор

10.зад.. Дадено е уравнението: $kx(kx+6)+x^2(1-2k)=-4$.

а) да се определи стойността на параметъра k така, че уравнението да има точно един корен.
б) да се определи за кои стойности на параметъра k уравнението има два различни положителнни корена.

в) да се определи k така, че за реалните корени x_1 и x_2 на уравнението да е в сила: $\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}}+\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}=-\frac{k}{3}$

Отговори 9 клас:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
А	Г	В	В	Г 320	В	Г) $-\frac{1}{2}$	В	А

ОК ОК ОК ОК ОК ОК ОК ОК ОК

1 зад. Уравнението има вида: $(k-1)^2x^2+6kx+4=0$ **1т.**

а) $D=(k+2)(5k-2)$ $D=0$ $k=-2, 2/5$ **1т.**

$a=0,\quad k=1$ **1т.**

б) $\left|\begin{array}{l} D=(k-2)(5k-2)>0 \\ x_1x_2=\dfrac{4}{(k-1)^2}>0 \\ x_1+x_2=-\dfrac{6k}{(k-1)^2}>0 \end{array}\right.$ **3т.** $\left|\begin{array}{l} k\in(-\infty;-2)\cup(2/5;1)\cup(1;+\infty) \\ k\in(-\infty;+\infty)/\{1\} \\ k\in(-\infty;0) \end{array}\right.$ **3т.** $k\in(-\infty;-2)$ **1т.**

в) За да е в сила равенството трябва корените x_1 и x_2 да са положителни, т.е $k\in(-\infty;-1)$ **2т.**

$x_1+x_2=\frac{k}{3}\sqrt{x_1x_2}\Leftrightarrow -\frac{6k}{(k-1)^2}=-\frac{k}{3}\sqrt{\frac{4}{(k-1)^2}}$ **1т.** $\frac{6k}{(k-1)^2}=\frac{2k}{3|k-1|}$ **1т.**

$\frac{18k}{(k-1)^2}=\frac{2k}{1-k}$ **1т.** $k=0;-8$ **1т.** $0\notin(-\infty;-2)$, $k=-8$ **1т.**